

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ม.3

ทบทวนความรู้ก่อนเรียนเรื่องอสมการ

เครื่องหมาย

- $>$ แทนความสัมพันธ์ น้อยกว่า
- $<$ แทนความสัมพันธ์ มากกว่า
- \leq แทนความสัมพันธ์ น้อยกว่าหรือเท่ากับ
- \geq แทนความสัมพันธ์ มากกว่าหรือเท่ากับ
- \neq แทนความสัมพันธ์ ไม่เท่ากับ

สมบัติของการเท่ากัน

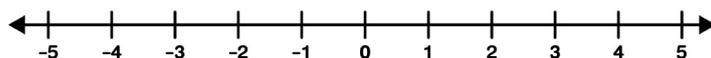
ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริง

- สมบัติสมมาตร
ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$
- สมบัติถ่ายทอด
ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$
- สมบัติของการเท่ากัน (การบวก)
ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
- สมบัติของการเท่ากัน (การคูณ)
ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

เส้นจำนวน

เส้นจำนวน

จำนวนจริงทุกจำนวนสามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้



อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คืออะไร ?

อสมการ คือ ประโยคแสดงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยใช้สัญลักษณ์ $<$, $>$, \leq , \geq หรือ \neq

ตัวอย่างของอสมการ

- $2x + 1 > 2$
- $x - 2y \leq x^2$
- $k - 2 \neq k^2$
- $2x + 1 < x - 3 < -x + 2$ เป็นต้น

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว (มีหลายจุดได้แต่ต้องเป็นตัวแปรเดียวกัน) และ เลขชี้กำลังของตัวแปรนั้นต้องเป็น 1 เสมอ

ตั้งตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างของอสมการที่เป็นและไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เป็น

$$2x - 3 > 0$$

$$\sqrt{2}x \geq 2 - 3$$

$$-\frac{1}{2} \leq y - 2y$$

ไม่เป็น

$$x^2 \leq 1$$

$$\frac{3}{2} > 2x - y$$

$$0.1 + \frac{1}{x} \leq 0.001$$

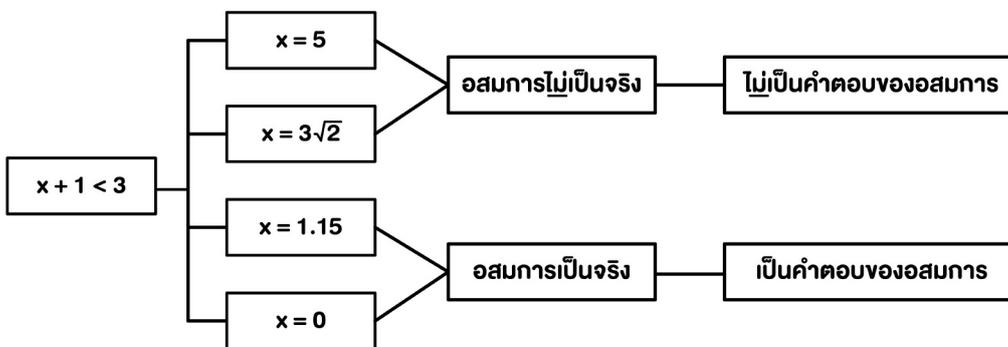
คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

โดยอสมการจะมีคำตอบได้ 3 ลักษณะ คือ

- มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ
- มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ
- ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

ถ้าอย่าง ๓ ต้องการพิจารณาว่าจำนวนจริงนั้นเป็นคำตอบของอสมการไหม ให้ลองนำจำนวนจริงที่เข้าแทนค่าลงไปใส่อสมการดู ถ้าอสมการเป็นจริง แสดงว่าจำนวนจริงนั้นเป็นคำตอบของอสมการ แต่ถ้าแทนค่าลงไปแล้วอสมการไม่เป็นจริง ก็แสดงว่าจำนวนจริงนั้นไม่เป็นคำตอบของอสมการ

พิจารณาอสมการ $x + 1 < 3$



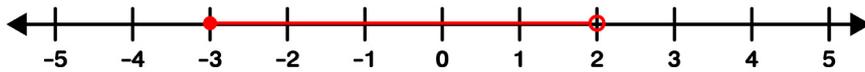
กราฟแสดงคำตอบของอสมการ

การเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการประกอบด้วย 3 ส่วนที่สำคัญ ดังนี้

- **วงกลมโปร่ง** หมายถึง จำนวนนั้นไม่เป็นคำตอบ
- **วงกลมทึบ** หมายถึง จำนวนนั้นเป็นคำตอบด้วย
- **เส้นทึบที่ลากเชื่อม** หมายถึง หมายถึง จำนวนที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เป็นคำตอบของอสมการ โดยการใช้การลากเส้นผ่านจำนวนนั้น ๆ

ตัวอย่างการเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $-3 \leq x < 2$ คือ



- วงกลมทึบที่ -3 หมายถึง -3 เป็นคำตอบของอสมการ
- เส้นทึบที่ลากผ่าน หมายถึง จำนวนจริงทั้งหมดที่มีค่าระหว่าง -3 ถึง 2 เป็นคำตอบของอสมการ
- วงกลมโปร่งที่ 2 หมายถึง 2 ไม่เป็นคำตอบของอสมการ

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน (properties of inequality) ในการหาคำตอบ

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a และ b แทนจำนวนจริงใด ๆ

- ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
- ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
- ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$
- ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b แทนจำนวนจริงใด ๆ และ C แทนจำนวนจริงบวก

- ถ้า $a < b$ แล้ว $ac < bc$
- ถ้า $a \leq b$ แล้ว $ac \leq bc$
- ถ้า $a > b$ แล้ว $ac > bc$
- ถ้า $a \geq b$ แล้ว $ac \geq bc$

ให้ a, b แทนจำนวนจริงใด ๆ และ C แทนจำนวนจริงลบ

- ถ้า $a < b$ แล้ว $ac > bc$
- ถ้า $a \leq b$ แล้ว $ac \geq bc$
- ถ้า $a > b$ แล้ว $ac < bc$
- ถ้า $a \geq b$ แล้ว $ac \leq bc$

จากสมบัติข้างต้น ถ้าลองสังเกตสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน เมื่อคูณจำนวนจริงลบเข้าไปตลอด ทั้งอสมการจะต้องกลับเครื่องหมายด้วยนะ ส่วนการบวก (ทั้งจำนวนจริงบวกและลบ)

และการคูณด้วยจำนวนจริงบวก ตลอดทั้งอสมการไม่ต้องกลับเครื่องหมายนะ

หลังจากที่เรา รู้จักกับสมบัติของการไม่เท่ากันแล้ว เราลองนำสมบัติไปใช้แก้สมการกัน !!

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $-2x + 1 \leq -x - 3$ (โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน)

วิธีทำ

$$\begin{aligned} -2x + 1 &\leq -x - 3 \\ -2x + 1 + (-1) &\leq -x - 3 + (-1) && \text{ใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน} \\ -2x &\leq -x - 4 \\ -2x + x &\leq -x - 4 + x && \text{ใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน} \\ -x &\leq -4 \\ (-x)(-1) &\geq (-4)(-1) && \text{ใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน} \\ x &\geq 4 \\ \text{ดังนั้น } x &\geq 4 \end{aligned}$$

การแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถทำได้ในทำนองเดียวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร
- ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
- ขั้นที่ 3 เขียนสมการตามเงื่อนไขในโจทย์
- ขั้นที่ 4 แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
- ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่าง เจด้ามีเหรียญห้าบาทและสองบาทรวมกันได้ 10 เหรียญ คิดเป็นเงินรวมแล้วไม่ถึง 40 บาท เจด้ามีเหรียญห้าบาทมากที่สุดกี่เหรียญ

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 โจทย์กำหนดให้

- เจด้ามีเหรียญห้าบาทและสองบาทรวมกันได้ 10 เหรียญ
 - เงินที่เจด้ามีรวมแล้วไม่ถึง 40 บาท
- ต้องการหา จำนวนเหรียญห้าบาทมากที่สุดที่เจด้ามี

ขั้นที่ 2 ให้ x แทน จำนวนเหรียญห้าบาท

- จะได้ว่า เจด้ามีเหรียญสองบาท จำนวน $10 - x$ เหรียญ

ดังนั้น เจด้ามีเหรียญห้าบาทรวม $5x$ บาท

และ เหรียญสองบาทรวม $2(10 - x)$ บาท

ขั้นที่ 3 จาก เงินที่เจด้ามีรวมแล้วไม่ถึง 40 บาท เขียนสมการได้ว่า

- $5x + 2(10 - x) < 40$

ขั้นที่ 4 แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

$$5x + 2(10 - x) < 40$$

$$5x + 20 - 2x < 40$$

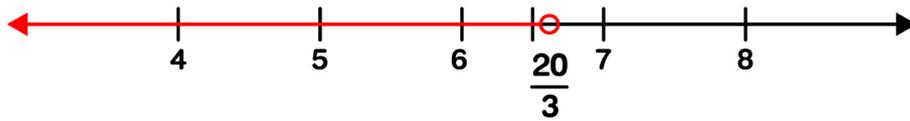
$$3x + 20 < 40$$

$$3x < 40 - 20$$

$$3x < 20$$

$$x < \frac{20}{3}$$

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ ดังนี้



ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ

แทน $x = 6$ ในอสมการ $5x + 2(10 - x) < 40$

จะได้ $(5)(6) + 2(10 - (6)) < 40$

$30 + 2(4) < 40$

$30 + 8 < 40$

$38 < 40$

ดังนั้น อสมการเป็นจริง

ตอบ เจ้ามี่เหรียญ 5 บาทมากที่สุด 6 เหรียญ

“เวลาที่ดียิ่งที่สุดในการเริ่มต้น คือ ตอนนี้”

- พี่ปั้น SmartMathPro -

สนใจติวคณิตศาสตร์เพิ่มเติม online.smartmathpro.com