

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินคืออะไร ?

ดอกเบี้ย คือ ผลตอบแทนที่ได้รับจากการฝากเงินหรือค่าธรรมเนียมที่ต้องจ่ายเพิ่มเมื่อกู้เงิน ภายในระยะเวลาที่กำหนด

โดยในชีวิตประจำวันของเราเกี่ยวข้องกับเรื่องเงินตลอดเวลา การเรียนรู้เรื่องดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน จะช่วยให้เข้าใจการฝากเงิน การกู้ยืม และการผ่อนชำระสินค้าทำให้วางแผนการเงินตัดสินใจใช้เงิน ได้อย่างรอบคอบและไม่เสียเปรียบในอนาคต

เราสามารถนำความรู้เรื่อง ลำดับและอนุกรม ม.6 มาประยุกต์ในการคิดดอกเบี้ยรวมถึงมูลค่าของเงิน ที่อาจเพิ่มขึ้นหรือลดลงขึ้นอยู่กับระยะเวลาได้ด้วย โดยดอกเบี้ยเชิงเดียวใช้ความรู้เรื่องลำดับเลขคณิต และดอกเบี้ยทบต้นใช้ความรู้เรื่องลำดับเรขาคณิต ส่วนเรื่องค่าวงรีที่น้อง ๆ จะได้เรียนในบทนี้ จะใช้ความรู้เรื่องอนุกรมเรขาคณิต

ดอกเบี้ยทบต้นคืออะไร ?

การคิดดอกเบี้ยทบต้น คือ การคำนวณดอกเบี้ยโดยใช้เงินต้นรวมกับดอกเบี้ยจากงวดก่อนหน้า ทำให้เงินต้นในงวดถัดไปมียอดสูงขึ้น

ดอกเบี้ยทบต้นปีละ 1 ครั้ง

เช่น ฝากเงิน 20,000 บาท กับธนาคารซึ่งให้อัตราดอกเบี้ย 10% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี

เมื่อครบ 1 ปี จะมีเงินรวมทั้งหมด $20,000 + (20,000(0.1)) = 20,000(1.1)$

เมื่อครบ 2 ปี จะมีเงินรวมทั้งหมด $20,000(1.1) + 20,000(1.1)(0.1) = 20,000(1.1)^2$

เมื่อครบ 3 ปี จะมีเงินรวมทั้งหมด $20,000(1.1)^2 + 20,000(1.1)^2(0.1) = 20,000(1.1)^3$

จากตัวอย่างข้างต้นเราจึงสามารถสรุปสูตรดอกเบี้ยแบบทบต้นปีละ 1 ครั้งได้ ดังนี้

สูตรดอกเบี้ยทบต้นปีละ 1 ครั้ง

ถ้าเริ่มฝากเงินด้วยเงินต้น P บาท ได้รับอัตราดอกเบี้ย $i\%$ ต่อปี
คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นปีละ 1 ครั้ง เมื่อฝากเงินครบ n ปี
จะได้เงินรวม S บาท โดยที่

$$S = P(1 + r)^n$$

$$\text{เมื่อ } r = \frac{i}{100}$$



ตัวอย่างที่ 1 ฝากเงิน 50,000 บาท กับธนาคารที่ให้อัตราดอกเบี้ย 3% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี จงหาเงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 6 ปี โดยที่ไม่มีการฝากและถอนเงินในระหว่างนี้

วิธีทำ จากโจทย์ $P = 50000$, $i = 3$, $r = \frac{3}{100}$ และ $n = 6$

จำนวนเงินรวมคือ $S = P(1+r)^n = 50,000(1+0.03)^6 \approx 59,702.61$

ดังนั้น เมื่อฝากเงินครบ 6 ปีจะมีเงินรวมประมาณ 59,702.61 บาท

ดอกเบี้ยทบต้นปีละหลายครั้ง

การคิดดอกเบี้ยทบต้นโดยทั่วไปอาจคิดหลายครั้งต่อปี เช่น รายเดือน และรายไตรมาส เป็นต้น แต่ในทางปฏิบัติอัตราดอกเบี้ยมักจะระบุเป็นอัตราดอกเบี้ยต่อปี ดังนั้นก่อนนำไปคำนวณเราต้องแปลงให้เป็นอัตราดอกเบี้ยต่อครั้งก่อน ซึ่งสามารถสรุปเป็นสูตรดอกเบี้ยทบต้นปีละหลายครั้ง ดังนี้

สูตรดอกเบี้ยทบต้นปีละหลายครั้ง

ถ้าเริ่มฝากเงินด้วยเงินต้น P บาท ได้รับอัตราดอกเบี้ย $i\%$ ต่อปี
คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นปีละ k ครั้ง เมื่อฝากเงินครบ n ปี
จะได้เงินรวม S บาท โดยที่

$$S = P\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{kn}$$

$$\text{เมื่อ } r = \frac{i}{100}$$



ตัวอย่างที่ 2 ฝากเงิน 25,000 บาท กับธนาคารที่ให้อัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกครึ่งปี จงหาเงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 10 ปี โดยที่ไม่มีการฝากและถอนเงินในระหว่างนี้

วิธีทำ จากโจทย์ $P = 25000$, $i = 12$, $r = \frac{12}{100}$, $n = 10$ และ $k = 2$ (คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกครึ่งปี แสดงว่าคิดดอกเบี้ย 2 ครั้งต่อปี)

จำนวนเงินรวมคือ $S = P\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{kn} = 25,000\left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^{20} \approx 80,178.39$

ดังนั้น เมื่อฝากเงินครบ 10 ปี จะมีเงินรวมประมาณ 80,178.39 บาท

มูลค่าปัจจุบันและมูลค่าอนาคตคืออะไร ?

มูลค่าปัจจุบันและมูลค่าอนาคต คือ การเปรียบเทียบค่าของเงินในช่วงเวลาที่ต่างกันที่มีดอกเบี้ยเป็นตัวแปรสำคัญ

โดย มูลค่าอนาคต คือ เงินต้นที่ออกเงยขึ้นเมื่อเวลาผ่านไป ซึ่งมีวิธีการคำนวณเหมือนกับ “ดอกเบี้ยทบต้นปีละหลายครั้ง” และ มูลค่าปัจจุบัน คือ การคำนวณย้อนกลับจากเงินในอนาคตเพื่อดูว่ามีค่าเท่ากับเงินกี่บาทในวันนี้ วิธีการคำนวณจะเหมือนกับการหาเงินต้นซึ่งสามารถสรุปเป็นสูตรได้ ดังนี้

มูลค่าของเงิน

สูตร มูลค่าเงินอนาคตเงินต้นและมูลค่าปัจจุบันของเงินรวม

เราจะเรียก S ว่า มูลค่าอนาคตของเงินต้น P โดย

$$S = P\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{kn}$$

เราจะเรียก P ว่า มูลค่าปัจจุบันของเงินรวม S โดย

$$P = S\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{-kn}$$

เมื่อได้รับอัตราดอกเบี้ย $i\%$ ต่อปี คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นปีละ k ครั้ง และฝากเงินครบ n ปี

ตัวอย่างที่ 3 ฝากเงิน 10,000 บาทกับธนาคารที่ให้อัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี จงหาเงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 15 ปี โดยที่ไม่มีการฝากและถอนเงินในระหว่างนี้

วิธีทำ จากโจทย์ $P = 10000, i = 12, r = \frac{12}{100}, n = 15$ และ $k = 1$

$$\text{จำนวนเงินรวมคือ } S = P\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{kn} = 10,000\left(1 + \frac{0.12}{1}\right)^{(1)(15)} \approx 54,735.66$$

ดังนั้น เมื่อฝากเงินครบ 15 ปี จะมีเงินรวมประมาณ 54,735.66 บาท

ตัวอย่างที่ 4 เติ้ฝากเงินกับธนาคารที่ให้อัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน ถ้าต้องการให้มีเงินอยู่ในบัญชี 10,157 บาท เมื่อสิ้นสุดปีที่ 2 เติ้ต้องฝากเงินต้นอย่างน้อยเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์ $S = 10157, i = 12, r = \frac{12}{100}, n = 2$ และ $k = 12$ (คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน แสดงว่าคิดดอกเบี้ย $k = 12$ ครั้งต่อปี)

$$\text{จำนวนเงินต้นคือ } P = S\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{-kn} = 10,157\left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{-(12)(2)} \approx 7,999.31$$

ดังนั้น เติ้ต้องฝากเงินต้นอย่างน้อย 7,999.31 บาท

ค่างวด คืออะไร ?

ค่างวด คือ การที่เราตกลงจะจ่ายเงินหรือรับเงินเป็นประจำสม่ำเสมอ โดยแบ่งจ่ายเป็นงวด ๆ ในจำนวนเงินที่เท่ากันตามระยะเวลาที่ตกลงกันไว้ ซึ่งสามารถแบ่งได้ 2 ประเภท ได้แก่ ค่างวดเงินฝากและค่างวดเงินผ่อน

ค่างวด (เงินฝาก)

สมมติฝากเงินงวดละ R บาท ทั้งหมด 4 งวด อัตราดอกเบี้ยต่องวด $i\%$ และ $r = \frac{i}{100}$

ค่างวด (มูลค่าอนาคต)	สิ้นงวด (มูลค่าอนาคต)

ถ้ารวมเงินทั้งหมดเข้าด้วยกัน จะเรียกว่า **เงินรวม** ใช้ในเรื่องการฝากประจำ

จากรูป เงินรวมของค่างวดที่รับหรือจ่ายตอนต้นงวด :

$$R(1+r) + R(1+r)^2 + R(1+r)^3 + R(1+r)^4$$

เงินรวมของค่างวดที่รับหรือจ่ายตอนสิ้นงวด : $R + R(1+r) + R(1+r)^2 + R(1+r)^3$

ลองไปดูการคิดเงินรวมจากตัวอย่างต่อไปนี้กัน

ตัวอย่างที่ 5 โจทย์เก็บเงินเดือนละ 1,000 บาท เป็นเวลา 6 เดือน โดยฝากธนาคารทุกต้นเดือน
 อยากทราบว่าเมื่อสิ้นเดือนที่ 6 โจทย์จะมีเงินเก็บรวมเท่าใด
 หากธนาคารคิดดอกเบี้ย 12% ต่อปี และดอกเบี้ยคิดทบต้นทุกเดือน

วิธีทำ จากโจทย์ $i = \frac{12}{12} = 1$, $r = \frac{1}{100} = 0.01$

จะได้ว่า

$$S = 1,000(1.01) + 1,000(1.01)^2 + 1,000(1.01)^3 + \dots + 1,000(1.01)^6$$

จากสูตรอนุกรมเรขาคณิต $S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ เมื่อ $r \neq 1$

$$\text{จะได้ว่า } S = \frac{1,000(1.01)(1.01^6 - 1)}{1.01 - 1} \approx 6,213.54$$

ดังนั้น โจทย์จะมีเงินเก็บประมาณ 6,213.54 บาท

ตัวอย่างที่ 6 แจนเก็บเงินเดือนละ 1,000 บาท เป็นเวลา 6 เดือน โดยฝากธนาคารทุกสิ้นเดือน
 อยากทราบว่า เมื่อสิ้นเดือนที่ 6 แจนจะมีเงินเก็บเท่าใด
 หากธนาคารคิดดอกเบี้ย 12% ต่อปี และดอกเบี้ยคิดทบต้นทุกเดือน

วิธีทำ จากโจทย์ $i = \frac{12}{12} = 1, r = \frac{1}{100} = 0.01$

จะได้ว่า $S = 1,000 + 1,000(1.01) + 1,000(1.01)^2 + \dots + 1,000(1.01)^5$

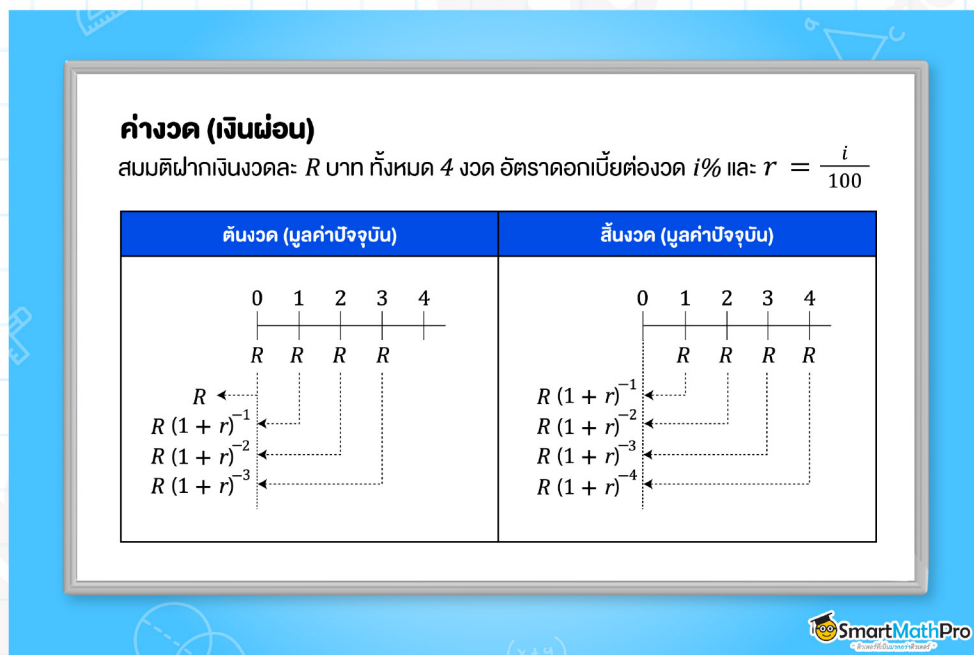
จากสูตรอนุกรมเรขาคณิต $S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ เมื่อ $r \neq 1$

จะได้ว่า $S = \frac{1,000(1.01^6 - 1)}{1.01 - 1} \approx 6,152.01$

ดังนั้น แจนจะมีเงินเก็บประมาณ 6,152.01 บาท

จากทั้งตัวอย่างที่ 5 และ 6 เราจะได้ว่าการฝากเงินที่เงินฝาก ระยะเวลาการฝาก ดอกเบี้ยเท่ากัน
 แต่ช่วงเวลาในการฝากต่างกัน คือต้นงวดและสิ้นงวด จะได้เงินรวมที่ไม่เท่ากัน

เงินผ่อน



ถ้ารวมเงินทั้งหมดเข้าด้วยกัน จะเรียกว่า **มูลค่าปัจจุบันของเงินผ่อนทั้งหมด** ใช้ในเรื่องการผ่อนสินค้า

จากรูป มูลค่าปัจจุบันของเงินผ่อนที่จ่ายตอนต้นงวด :

$$R + R(1+r)^{-1} + R(1+r)^{-2} + R(1+r)^{-3}$$

มูลค่าปัจจุบันของเงินผ่อนที่จ่ายตอนสิ้นงวด :

$$R(1+r)^{-1} + R(1+r)^{-2} + R(1+r)^{-3} + R(1+r)^{-4}$$

ลองไปดูการคิดเงินผ่อนจากตัวอย่างต่อไปนี้กัน

ตัวอย่างที่ 7 จุดซื้อพัดลมมาราคา 2,000 บาท โดยไม่จ่ายเงินดาวน์ และผ่อนชำระเป็นจำนวนเงินเท่ากัน
ทุกเดือน เป็นเวลา 6 เดือน โดยผ่อนชำระทุกสิ้นเดือน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี
โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือนแล้วจุดจะต้องผ่อนชำระเดือนละเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์ $i = \frac{12}{12} = 1$, $r = \frac{1}{100} = 0.01$

จะได้ $2,000 = R(1.01)^{-1} + R(1.01)^{-2} + R(1.01)^{-3} + \dots + R(1.01)^{-6}$

จากสูตรอนุกรมเรขาคณิต $S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ เมื่อ $r \neq 1$

จะได้ $2,000 = \frac{R(1.01)^{-1}(1 - (1.01)^{-6})}{1 - (1.01)^{-1}}$

$$R = \frac{2,000(1 - (1.01)^{-1})}{(1.01)^{-1}(1 - (1.01)^{-6})} \approx 345.1$$

ดังนั้น จุดจะต้องผ่อนชำระเดือนละประมาณ 345.1 บาท

รวมสูตรเนื้อหาดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

รวมสูตรเนื้อหาดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

• ดอกเบี้ยทบต้น

สูตรการคิดดอกเบี้ยทบต้นปีละ 1 ครั้ง	สูตรการคิดดอกเบี้ยทบต้นปีละหลายครั้ง
$S = P(1 + r)^n$	$S = P\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{kn}$

• มูลค่าปัจจุบันและมูลค่าอนาคต

สูตร มูลค่าเงินอนาคตเงินต้นและมูลค่าปัจจุบันของเงินรวม	
เราจะเรียก S ว่า มูลค่าอนาคตของเงินต้น P โดย	เราจะเรียก P ว่า มูลค่าปัจจุบันของเงินรวม S โดย
$S = P\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{kn}$	$P = S\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{-kn}$

โดย

S แทน เงินรวม

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่อปี

n แทน ระยะเวลาฝากเงินครบ n ปี

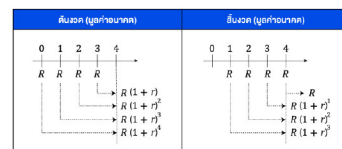
P แทน เงินต้น

$r = \frac{i}{100}$

k แทน จำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ยใน 1 ปี

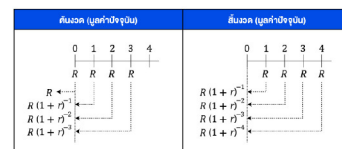
• ค่างวด (เงินฝาก)

สมมติฝากเงินงวดละ R บาท ทั้งหมด 4 งวด
อัตราดอกเบี้ยต่องวด $i\%$ และ $r = \frac{i}{100}$



• ค่างวด (เงินผ่อน)

สมมติฝากเงินงวดละ R บาท ทั้งหมด 4 งวด
อัตราดอกเบี้ยต่องวด $i\%$ และ $r = \frac{i}{100}$



“เวลาที่ดียิ่งที่สุดในการเริ่มต้น คือ ตอนนี้”

- พี่ชั้น SmartMathPro -

สนใจติวคณิตศาสตร์เพิ่มเติม online.smartmathpro.com