เทคนิคการหาโดเมนและเรนจ์ ม.4

โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์คืออะไร ?

น้อง ๆ หลายคนที่ได้เรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันน่าจะพอจำกันอยู่แล้วว่าโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์คืออะไร ? แต่พี่ขอทบทวนบทนิยามสั้น ๆ ก่อนจะพาไปดูเทคนิคการหาโดเมนและเรนจ์นิดนึงน้า

บทนิยาม

ให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

- โดเมนของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมดใน r เขียนแทนด้วย D_r
- เรนจ์ของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมดใน r เขียนแทนด้วย R_r

เทคนิคการหาโดเมนและเรนจ์โดยพิจารณาเงื่อนไข

ถ้าโจทย์กำหนดความสัมพันธ์ที่เขียนในรูปของเซตแบบบอกเงื่อนไข ให้น้อง ๆ ใช้เทคนิคในการพิจารณาเงื่อนไขแล้วหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ซึ่งจะมีขั้นตอนดังต่อไปนี้เลย

ขั้นตอนการหาโดเมนและเรนจ์

ขั้นตอนที่ 1 ให้น้อง ๆ จัดรูป โดย

หาโดเมน ให้เขียน y ในรูปของ x (หาโดเมน ให้ y ยืนเหงา)
หาเรนจ์ ให้เขียน x ในรูปของ y (หาเรนจ์ ให้ x ยืนเหงา)

ขั้นตอนที่ 2 ใช้ความรู้จากบทจำนวนจริงช่วยพิจารณาเงื่อนไข ซึ่งมักจะอยู่ใน 4 รูปแบบต่อไปนี้

SmartMathPro
" ติวเตอร์ที่เป็นมากกว่าติวเตอร์ "

รูปแบบที่ 1 : เศษส่วน (ตัวส่วน $\neq 0$)

การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่มีเงื่อนไขอยู่ในรูป “เศษส่วน” มักจะทำด้วยวิธีนี้

ตั้งอสมการ “ตัวส่วน $\neq 0$” และแก้อสมการดังกล่าว
แล้วนำค่าที่ได้ไปพิจารณาหาโดเมนและเรนจ์ต่อ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $r = \left\{ (x,y) \middle| y = \frac{1}{x+1} \right\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์นี้

- หา D_r โดยเขียน y ในรูป x (y ยืนเหงา)

พิจารณา $y = \dfrac{1}{x+1}$

เราจะเห็นว่าเงื่อนไขอยู่ในรูปเศษส่วน แสดงว่า ตัวส่วน $\neq 0$

จะได้ว่า $x+1 \neq 0$

$x \neq -1$

ดังนั้น $D_r = \mathbb{R} - \{-1\}$

- หา R_r โดยเขียน x ในรูป y (x ยืนเหงา)

จาก $y = \dfrac{1}{x+1}$

จัดรูปใหม่จะได้ $x = \dfrac{1}{y} - 1$

จะเห็นว่าเงื่อนไขอยู่ในรูปเศษส่วน แสดงว่า ตัวส่วน $\neq 0$

จะได้ว่า $y \neq 0$

ดังนั้น $R_r = \mathbb{R} - \{0\}$

SmartMathPro
ติวเตอร์ที่เป็นมากกว่าติวเตอร์

รูปแบบที่ 2 : กรณฑ์ที่สอง

การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่มีเงื่อนไขอยู่ในรูป “กรณฑ์ที่สอง” มักจะทำด้วยวิธีนี้

ตั้งอสมการ “ก้อนข้างในกรณฑ์ที่ $2 \geq 0$” และ “อีกฝั่งของก้อนกรณฑ์ที่สอง ≥ 0”
จากนั้นแก้อสมการดังกล่าว แล้วนำค่าที่ได้ไปพิจารณาหาโดเมนและเรนจ์ต่อ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $r = \left\{(x,y) | y = \sqrt{x-2}\right\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์นี้

- หา D_r โดยเขียน y ในรูป x (y ยืนเหงา)

  พิจารณา $y = \sqrt{x-2}$

  จะเห็นว่าเงื่อนไขอยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง แสดงว่า ตัวในรูท ≥ 0

  จะได้ $x - 2 \geq 0$
  $x \geq 2$

  ดังนั้น $D_r = [2, \infty)$

- หา R_r โดยเขียน x ในรูป y (x ยืนเหงา)

  พิจารณา $y = \sqrt{x-2}$

  จะเห็นว่าเงื่อนไขอยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง แสดงว่า ก้อนข้างในรูท ≥ 0

  แสดงค่าของรูท ≥ 0

  จะได้ว่า $\sqrt{x-2} \geq 0$
  $y \geq 0$

  ดังนั้น $R_r = [0, \infty)$

SmartMathPro
ติวเตอร์ที่เป็นมากกว่าติวเตอร์

รูปแบบที่ 3 : ยกกำลังด้วยจำนวนคู่

การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่มีเงื่อนไขอยู่ในรูป “ยกกำลังด้วยจำนวนคู่” มักจะทำด้วยวิธีนี้

ตั้งอสมการ “อีกฝั่งของก้อนที่ยกกำลังด้วยจำนวนคู่ ≥ 0”
จากนั้นแก้อสมการดังกล่าว แล้วนำค่าที่ได้ไปพิจารณาหาโดเมนและเรนจ์ต่อ

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $r = \{(x,y) | y = x^2 + 3\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์นี้

- หา D_r โดยเขียน y ในรูป x (y ยืนเหงา)

  พิจารณา $y = x^2 + 3$

  จะเห็นว่าเงื่อนไขอยู่ในรูปยกกำลังด้วยจำนวนคู่

  เนื่องจาก x ถูกยกกำลังด้วย 2 ซึ่งเป็นจำนวนคู่

  จะได้ว่า พิจารณา x ตามเงื่อนไขได้เลย

  ดังนั้น $D_r = \mathbb{R}$

- หา R_r โดยเขียน x ในรูป y (x ยืนเหงา)

  พิจารณา $y = x^2 + 3$

  จะเห็นว่าเงื่อนไขอยู่ในรูปยกกำลังด้วยจำนวนคู่ แสดงว่าก้อนที่ยกกำลังด้วยจำนวนคู่ ≥ 0

  จะได้ว่า $x^2 \geq 0$

  $x^2 + 3 \geq 3$

  $y \geq 3$

  ดังนั้น $R_r = [3, \infty)$

SmartMathPro
ติวเตอร์ที่เป็นมากกว่าติวเตอร์

รูปแบบที่ 4 : ค่าสัมบูรณ์

การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่มีเงื่อนไขอยู่ในรูป “ค่าสัมบูรณ์” มักจะทำด้วยวิธีนี้

ตั้งอสมการ “อีกฝั่งของค่าสัมบูรณ์ที่ถอดค่าสัมบูรณ์ออกมาแล้วต้อง ≥ 0”
จากนั้นแก้อสมการดังกล่าว แล้วนำค่าที่ได้ไปพิจารณาหาโดเมนและเรนจ์ต่อ

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $r = \{(x,y) | y = |x+3|\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์นี้

- หา D_r โดยเขียน y ในรูป x (y ยืนเหงา)

  พิจารณา $y = |x+3|$

  จะเห็นว่า เงื่อนไขอยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์

  แสดงว่า ก้อนในค่าสัมบูรณ์ พิจารณาตามเงื่อนไข

  จะได้ว่า $x+3$ ไม่มีเงื่อนไขใด

  ดังนั้น $D_r = \mathbb{R}$

- หา R_r โดยเขียน x ในรูป y (x ยืนเหงา)

  พิจารณา $y = |x+3|$

  จะเห็นว่า เงื่อนไขอยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์

  แสดงว่า ค่าสัมบูรณ์มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

  จะได้ว่า $|x+3| \geq 0$

  $y \geq 0$

  ดังนั้น $R_r = [0, \infty)$

จากเทคนิคการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ทั้ง 4 รูปแบบ เราสามารถสรุปให้เข้าใจง่าย ๆ ได้ด้วยภาพนี้เลย

SmartMathPro
ติวเตอร์ที่เป็นมากกว่าติวเตอร์

สรุปเงื่อนไขที่ใช้ในการพิจารณาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

รูปแบบเงื่อนไขของความสัมพันธ์	การพิจารณาเงื่อนไข
$\frac{\blacksquare}{\Delta}$	$\Delta \neq 0$ (ตัวส่วน $\neq 0$)
$\sqrt{\ } = \Delta$	$\blacksquare \geq 0$ และ $\Delta \geq 0$ (ใน $\sqrt{\ }$ ต้อง ≥ 0 และถอดออกมาแล้วต้อง ≥ 0)
$(\Delta)^{\text{จำนวนคู่}} = \blacksquare$	$\blacksquare \geq 0$ (ยกกำลังด้วยจำนวนคู่แล้วต้อง ≥ 0)
$\lvert\Delta\rvert = \blacksquare$	$\blacksquare \geq 0$ (ถอด $\lvert\ \rvert$ ออกมาแล้ว ≥ 0)

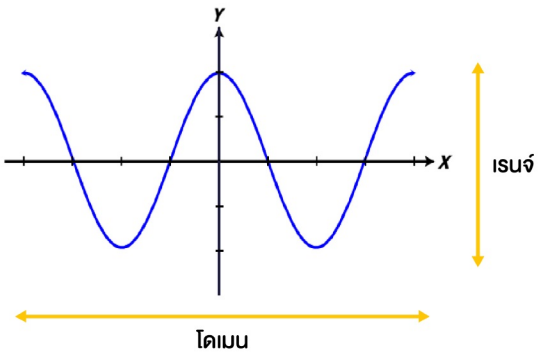
SmartMathPro

เทคนิคการหาโดเมนและเรนจ์โดยพิจารณาจากกราฟ

ซึ่งนอกจากจะใช้การจัดรูปหรือเทคนิคเพื่อหาโดเมนและเรนจ์ได้แล้ว เราก็ยังสามารถพิจารณาจากกราฟได้เช่นเดียวกัน

เทคนิคการหาโดเมนและเรนจ์โดยพิจารณาจากกราฟ

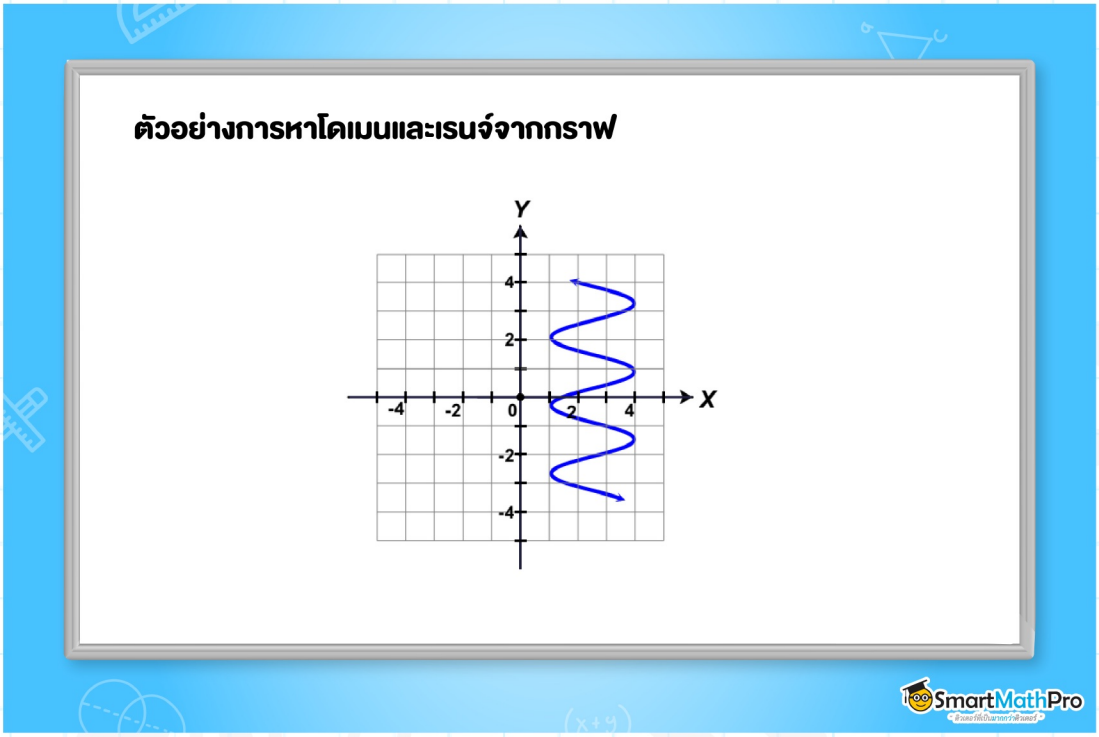
- หาโดเมน ให้พิจารณาแนวนอน
- หาเรนจ์ ให้พิจารณาแนวตั้ง



SmartMathPro

SmartMathPro

ตัวอย่างที่ 5 จากกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ จงหาโดเมนและเรนจ์



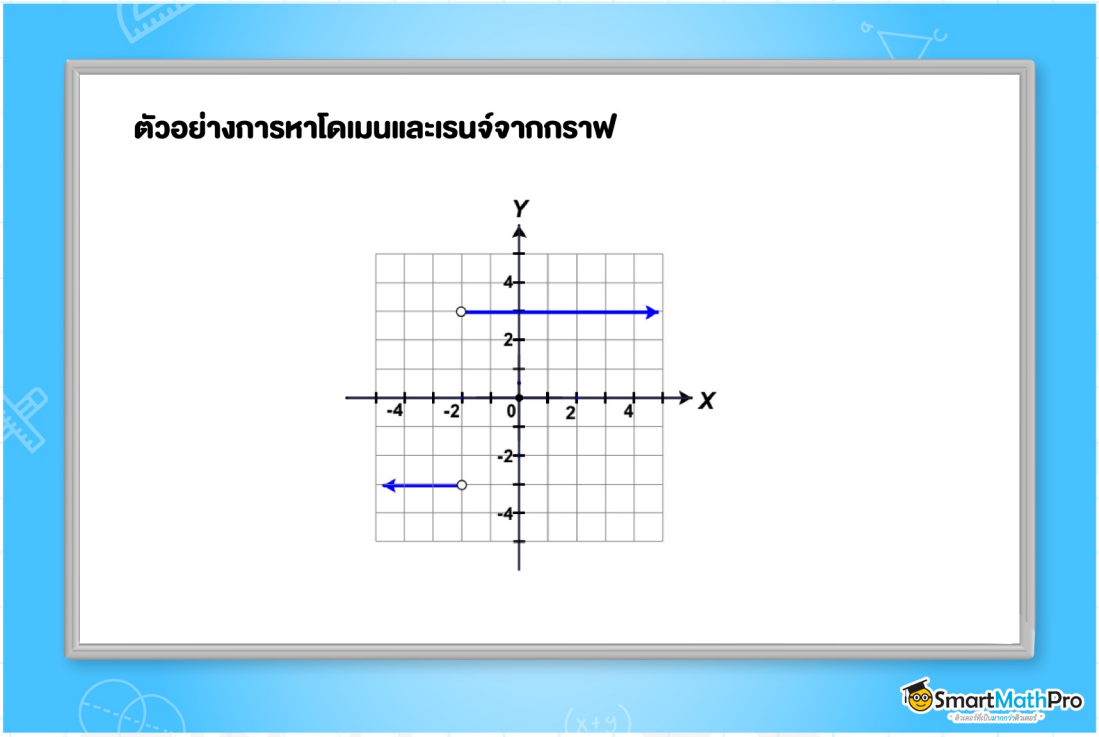
พิจารณาแนวนอน จากกราฟจะเห็นว่าค่า x อยู่ในช่วง $[1,4]$

พิจารณาแนวตั้ง จากกราฟจะเห็นว่าค่า y สามารถเป็นได้ทุกค่า

ดังนั้น $D_r = [1, 4]$ และ $R_r = \mathbb{R}$

SmartMathPro

ตัวอย่างที่ 6 จากกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ จงหาโดเมนและเรนจ์



พิจารณาแนวนอน จากกราฟจะเห็นว่าค่า x สามารถเป็นจำนวนจริงได้ทุกค่า ยกเว้น $x = -2$

พิจารณาแนวตั้ง จากกราฟจะเห็นว่าค่า y มี 2 ค่า คือ $y = -3$ และ $y = 3$

ดังนั้น $D_r = \mathbb{R} - \{2\}$ และ $R_r = \{-3, 3\}$

"เวลาที่ดีที่สุดในการเริ่มต้น คือ **ตอนนี้**"

- พี่ปั้น SmartMathPro -

สนใจติวคณิตศาสตร์เพิ่มเติม online.smartmathpro.com

SmartMathPro