

ปริซึมและทรงกระบอก ม.2

ปริซึม คืออะไร ?

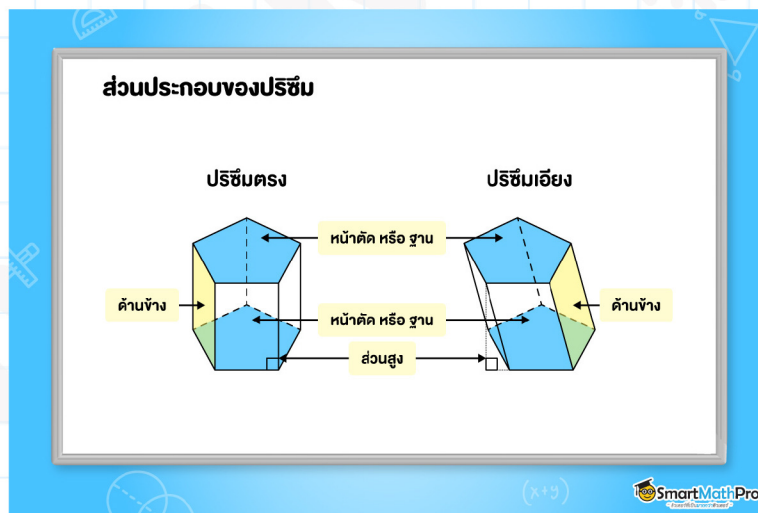
ก่อนหน้านี้ในระดับชั้นประถมศึกษา น้อง ๆ ได้เรียนรูปร่างเรขาคณิตสามมิติกันมาบ้างแล้วใช่ไหม แต่ในระดับชั้น ม.2 นี้ เราจะมาทำความรู้จักกับรูปเรขาคณิตสามมิติที่เรียกว่า **ปริซึม (Prism)** โดยจะมีลักษณะ คือ มีฐานทั้งสองเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

หลายคนอาจจะไม่คุ้นเคยคำว่า “ปริซึม” แต่จริง ๆ แล้ว เป็นสิ่งที่พบเจอได้ในชีวิตประจำวันเลยนะ เช่น กล่องลังมีลักษณะเป็นปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก หมอนอิงสามเหลี่ยมมีลักษณะเป็นปริซึมฐานสามเหลี่ยม

ส่วนประกอบของปริซึม

ปริซึมมี 2 แบบ คือ ปริซึมตรงและปริซึมเอียง โดยปริซึมตรงจะมีด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่ปริซึมเอียงจะมีด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่แต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก

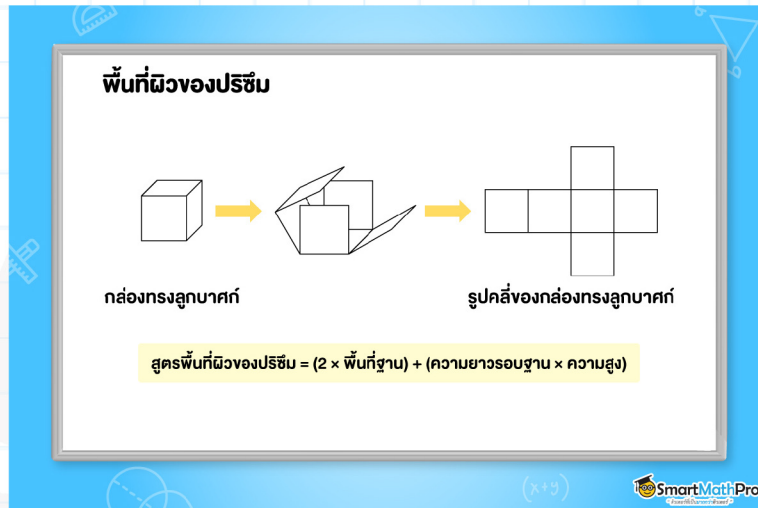
ซึ่งในระดับชั้น ม.2 นี้จะกล่าวถึง**ปริซึมตรง**เท่านั้น โดยเราจะเรียกส่วนประกอบของปริซึมในแต่ละส่วน ดังรูปนี้



พื้นที่ผิวของปริซึม

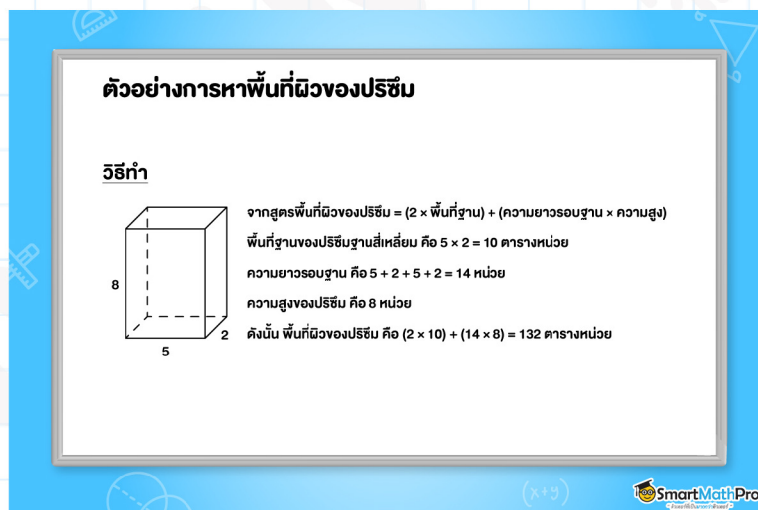
การหาพื้นที่ผิวของปริซึม คือ การหาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดหรือพื้นที่ผิวข้าง รวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง

น้อง ๆ สามารถร่างภาพรูปคลี่ คือรูปเรขาคณิตสองมิติที่แสดงหน้าแต่ละหน้าของรูปเรขาคณิตสามมิติที่คลี่ออกมาจากบริเวณที่เป็นสันหรือเส้นขอบก่อน แล้วนำไปคำนวณเพื่อหาพื้นที่ผิวต่อไป โดยการหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามารถหาได้จากสูตรต่อไปนี้



เพื่อให้เข้าใจมากขึ้น เราลองไปใช้สูตรผ่านตัวอย่างต่อไปนี้กันเลย

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมนี้



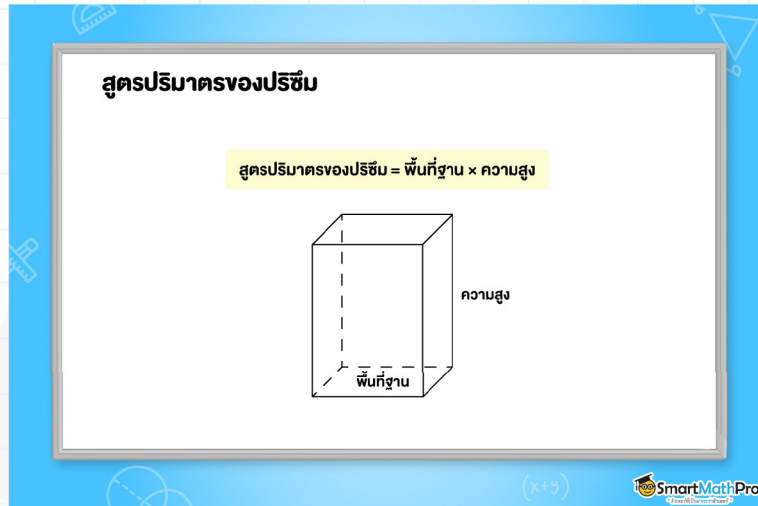
ตัวอย่างที่ 2 ห้องประชุมหนึ่งเป็นห้องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 6 เมตร ยาว 10 เมตร และสูง 3 เมตร ช่างต้องการทาสีเพดานและผนังภายในห้องทั้ง 4 ด้าน (ไม่ทาสีบริเวณพื้น) ช่างต้องการสีคิดเป็นพื้นที่ทั้งหมดกี่ตารางเมตร

วิธีทำ พื้นที่เพดานของห้องประชุม คือ $6 \times 10 = 60$ ตารางเมตร
ความยาวรอบห้องประชุม คือ $6 + 10 + 6 + 10 = 32$ เมตร
ความสูงของห้องประชุม คือ 3 เมตร

ดังนั้น ช่างต้องการสีพื้นที่ทั้งหมด $60 + (32 \times 3) = 156$ ตารางเมตร

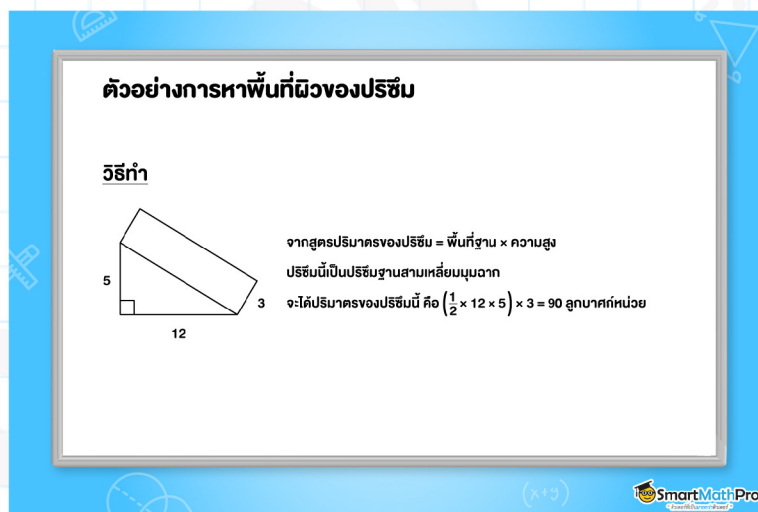
ปริมาตรของปริซึม

โดยทั่วไป เรามักจะกล่าวถึงปริมาตรของของแข็งที่มีรูปทรงเรขาคณิต และสามารถใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมในชีวิตประจำวันได้โดยการนำไปใช้เปรียบเทียบราคาของสินค้าต่อหน่วยปริมาตร ซึ่งจะช่วยให้เราตัดสินใจซื้อสินค้าที่ถูกและคุ้มค่าที่สุดได้ โดยการคำนวณหาปริมาตรของปริซึมสามารถทำได้โดยใช้สูตรต่อไปนี้



เพื่อให้น้อง ๆ เข้าใจมากขึ้นและสามารถนำไปใช้ได้ เราลองไปใช้สูตรผ่านตัวอย่างต่อไปนี้กันเลย

ตัวอย่างที่ 3 จงหาปริมาตรของปริซึมนี้



ตัวอย่างที่ 4 ถังทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 15 เมตร กว้าง 10 เมตร ถ้าต้องการเก็บน้ำไว้ในถึง 975 ลูกบาศก์เมตร แล้วน้ำจะสูงจากก้นถึงเท่าใด

วิธีทำ ปริมาตรถังทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = พื้นที่ฐาน $\times$ ความสูง

ต้องการเก็บน้ำไว้ในถึง 975 ลูกบาศก์เมตร

จะได้ $975 = 15 \times 10 \times$ ความสูง

ดังนั้น ความสูงของน้ำจากก้นถึง คือ $\frac{975}{150} = 6.5975150 = 150$ เมตร



ทรงกระบอก คืออะไร ?

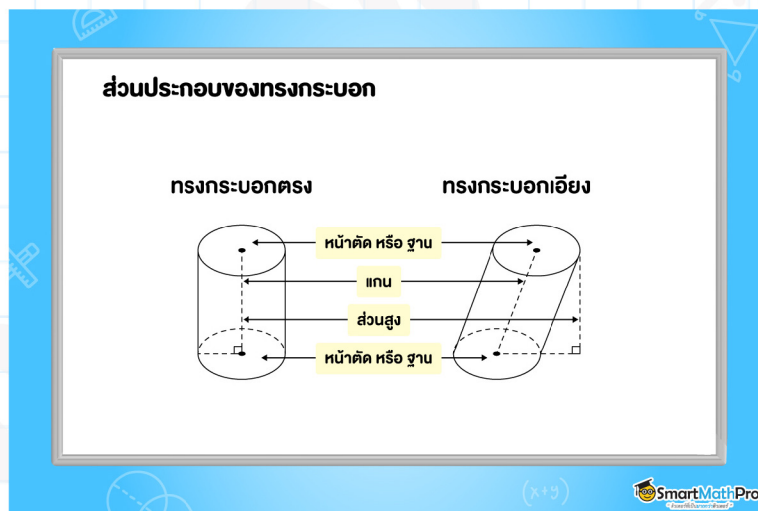
หลังจากที่เราทำความรู้จักกับปริซึมแล้ว ในหัวข้อนี้เราจะมาทำความรู้จักกับรูปเรขาคณิตสามมิติที่เรียกว่าทรงกระบอก โดยทรงกระบอกเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีรูปร่างคล้ายกระบอกไม้ไผ่ที่ตัดเป็นท่อนนั่นเอง

และในทางคณิตศาสตร์ **ทรงกระบอก (Cylinder)** คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานสองฐานเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่บนระนาบที่ขนานกัน เมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นด้วยระนาบที่ขนานกันกับฐาน จะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ

น้อง ๆ อาจจะคุ้นเคยกับทรงกระบอกเพราะวัตถุหรือสิ่งของหลายสิ่งในชีวิตประจำวันของเรา มีคำว่าการกระบอกอยู่ในชื่อ เพื่อให้รู้ว่ามีส่วนที่เกี่ยวข้องกับทรงกระบอก เช่น เลื่อนกระบอก หุ่นกระบอก และสิ่งของอีกหลายสิ่งที่มีส่วนประกอบมีลักษณะเป็นทรงกระบอก เช่น แก้วน้ำ กระป๋อง แจกัน ถ่านไฟฉาย

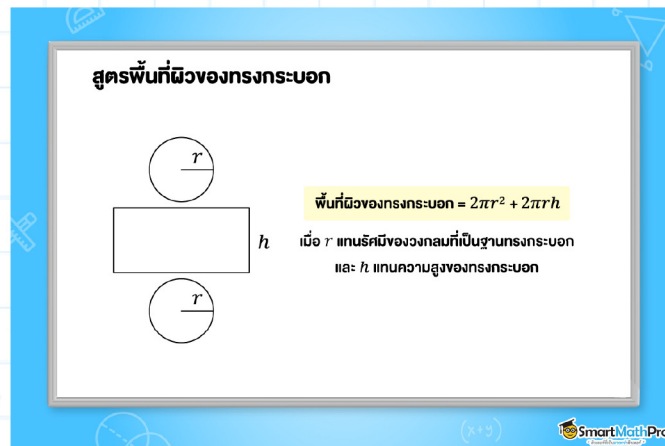
ส่วนประกอบของทรงกระบอก

ทรงกระบอกจะมีทรงกระบอกตรงและทรงกระบอกเอียง ซึ่งในระดับชั้น ม.2 นี้จะกล่าวถึง **ทรงกระบอกตรง** เท่านั้น ซึ่งทรงกระบอกตรงเป็นทรงกระบอกที่มีแกนตั้งฉากกับฐาน โดยเราจะเรียกส่วนประกอบของปริซึมในแต่ละส่วน ดังรูปนี้



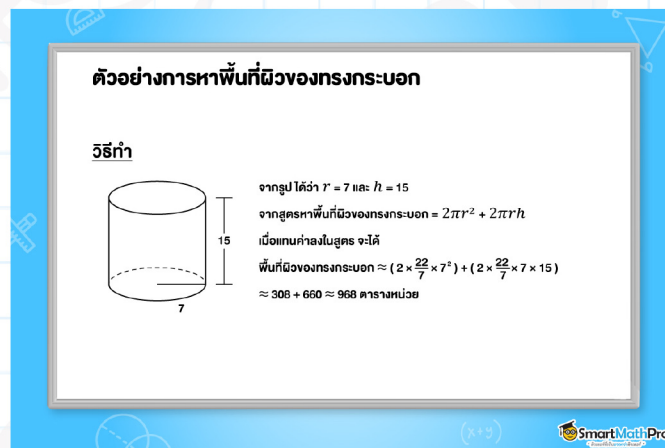
พื้นที่ผิวของทรงกระบอก

การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกใช้ **แนวคิด** เหมือนกันกับการหาพื้นที่ผิวของปริซึม โดยจะนำพื้นที่หน้าตัดทั้งสองรวมกับพื้นที่ผิวข้าง โดยการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกสามารถหาได้จากสูตรต่อไปนี้



เพื่อให้น้อง ๆ เข้าใจมากขึ้น เราลองดูตัวอย่างต่อไปนี้กันเลย

ตัวอย่างที่ 5 จงหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)



ตัวอย่างที่ 6 ฝัฟลอยต้องการห่อของขั้วญกล่องคูกี้ที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอก

โดยมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 20 เซนติเมตร และสูง 8 เซนติเมตร ฝัฟลอยจะต้องใช้กระดาษห่อของขั้วญอย่างน้อยกี่ตารางเซนติเมตร (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

วิธีทำ จากโจทย์ เส้นผ่านศูนย์กลางของกล่องคูกี้ยาว 20 เซนติเมตร

นั่นคือ รัศมีของกล่องคูกี้ยาว $\frac{20}{2} = 10$ เซนติเมตร และกล่องคูกี้สูง 8 เซนติเมตร

นั่นคือ กล่องคูกี้มี $r = 10$ และ $h = 8$

จากสูตรหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก = $2\pi r^2 + 2\pi r h$

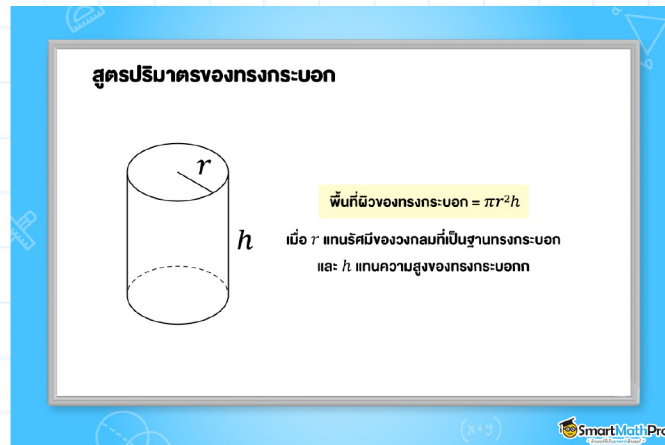
เมื่อแทนค่าลงในสูตร จะได้ว่า พื้นที่ผิวของกล่องคูกี้ ประมาณ

$(2 \times 3.14 \times 10^2) + (2 \times 3.14 \times 10 \times 8) \approx 1,130.4$ ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น ฝัฟลอยจะต้องใช้กระดาษห่อของขั้วญอย่างน้อย 1,130.4 ตารางเซนติเมตร

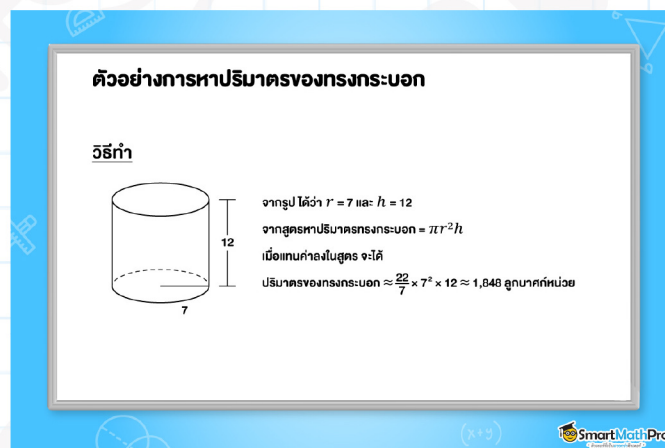
ปริมาตรของทรงกระบอก

การหาปริมาตรของทรงกระบอกใช้ **แนวคิด** เหมือนกันกับการหาปริมาตรของปริซึม โดยพื้นที่หน้าตัดคูณกับความสูงของทรงกระบอก สามารถหาปริมาตรของทรงกระบอกได้จากสูตรต่อไปนี้



ลองฝึกใช้สูตรผ่านตัวอย่างต่อไปนี้กัน

ตัวอย่างที่ 7 จงหาปริมาตรของทรงกระบอกนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)



ตัวอย่างที่ 8 กระบอกน้ำดื่มใบหนึ่งสูง 22 เซนติเมตร เส้นรอบวงของปากกระบอกยาว 25.12 เซนติเมตร จงหาว่าความจุของกระบอกน้ำใบนี้เท่ากับเท่าใด (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

วิธีทำ จากโจทย์ เส้นรอบวงของปากกระบอกยาว 25.12 เซนติเมตร

จากสูตรความยาวเส้นรอบวง เท่ากับ $2\pi r$

จะได้ว่า $25.12 = 2 \times 3.14 \times r$

$$r = \frac{25.12}{2 \times 3.14} = 4 \text{ เซนติเมตร}$$

นั่นคือกระบอกน้ำนี้มี $r = 4$ และ $h = 22$

จากสูตรหาปริมาตรทรงกระบอก $\pi r^2 h$

เมื่อแทนค่าลงในสูตร จะได้ว่า ความจุของกระบอกน้ำใบนี้

ประมาณ $3.14 \times 4^2 \times 22 \approx 1,105.28$ ลูกบาศก์เซนติเมตร