

เส้นขนาน ม.2

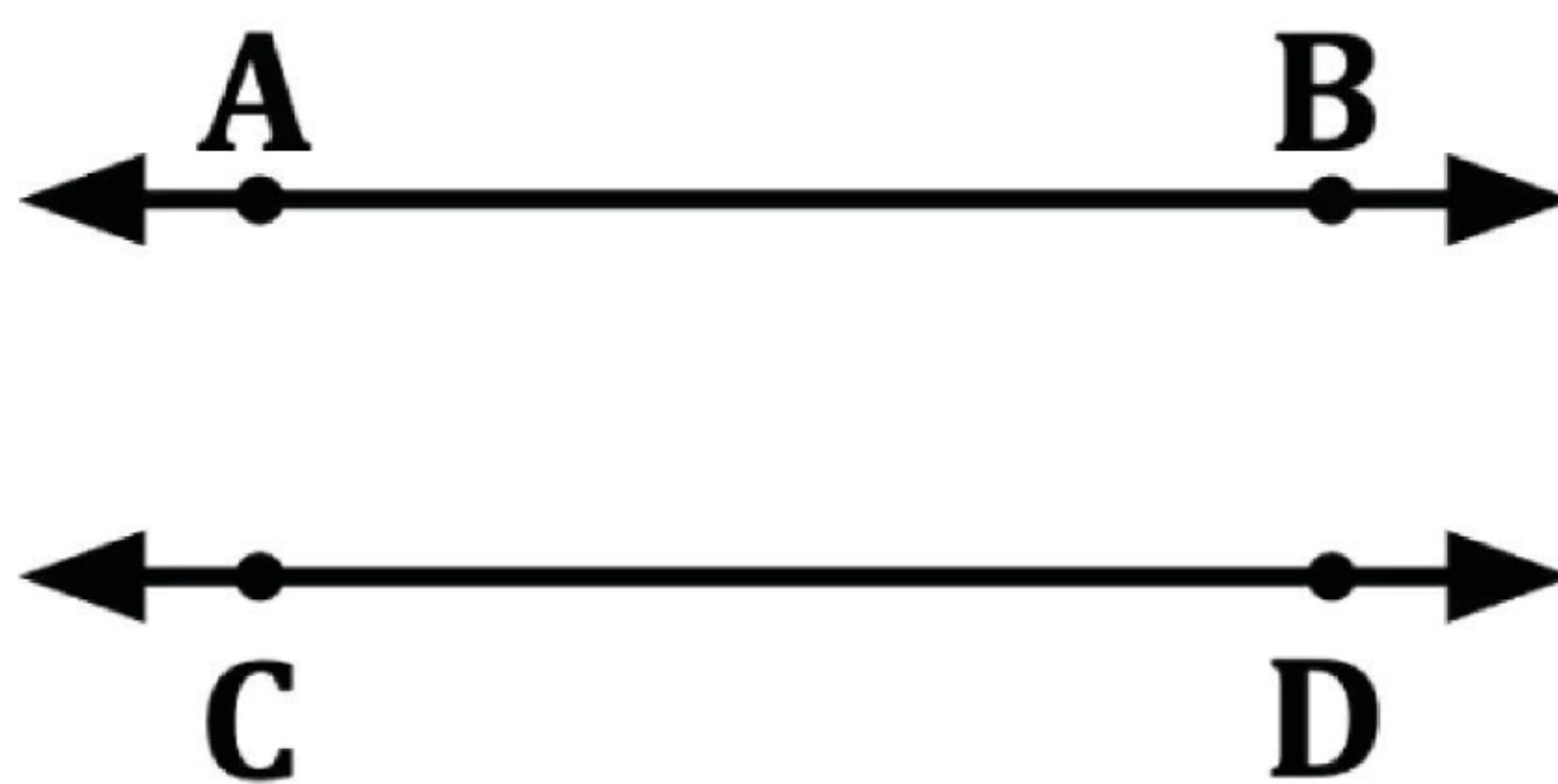


เส้นขนาน คืออะไร ?

บทนิยาม

เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน **ขนานกัน** ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน

เส้นขนาน



SmartMathPro
"คิดเลขให้เป็นมากกว่าตัวเลข"

จากรูป เราจะเห็นว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน ซึ่งเราสามารถบอกว่า $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$ หรือ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{AB}$ ได้เช่นเดียวกัน และเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ หรือ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน

เราลองสังเกตเส้นตรง 2 เส้นที่ไม่ขนานกัน จะเห็นว่าระยะห่างระหว่างเส้นตรง 2 เส้นนั้นจะไม่เท่ากัน บางช่วงเส้นตรงเข้าใกล้กัน ระยะห่างดูน้อย บางช่วงเส้นตรงไกลกัน ระยะห่างดูมาก แต่ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะ**เท่ากัน**เสมอ

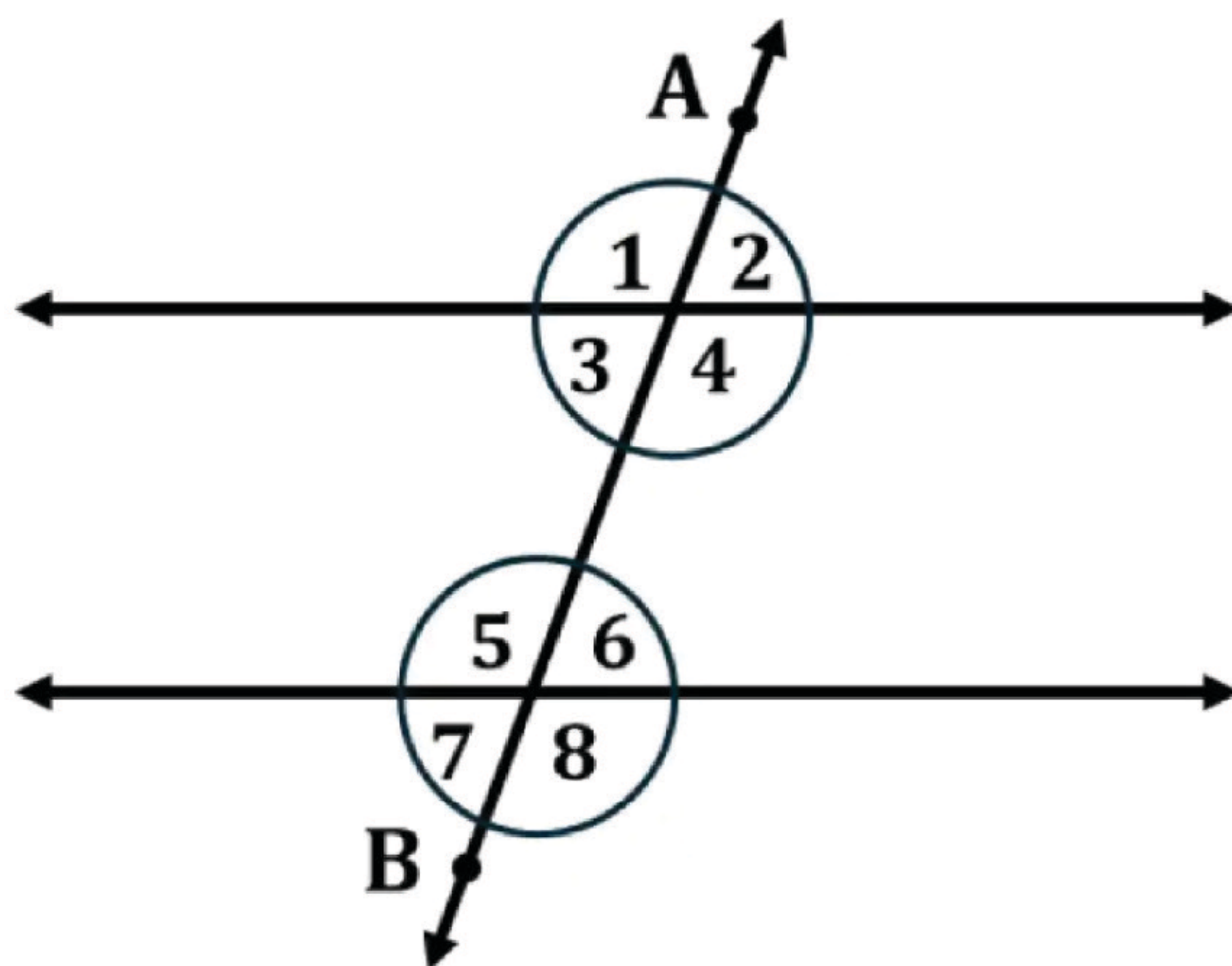
ในทางกลับกัน ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะ**ขนานกัน**

SmartMathPro
"คิดเลขให้เป็นมากกว่าตัวเลข"

มุมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเส้นขนาน

เราสามารถตรวจสอบได้ว่าเส้นตรงคู่ใดขนานกันบ้าง นอกจากการใช้บทนิยามของเส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นว่าคงที่หรือไม่ แล้วยังสามารถตรวจสอบโดยพิจารณาจากขนาดของมุมภายใน (Interior angle), มุมแย้ง (Alternate angle) หรือมุมภายนอก (Exterior angle) ซึ่งมุมเหล่านี้เกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งมาตัดเส้นตรงคู่ นั้น เรียกเส้นตรงนั้นว่า **เส้นตัดขวาง (Transversal)** หรือเรียกสั้น ๆ ว่า **เส้นตัด** เพื่อให้น้อง ๆ เข้าใจมากขึ้น เราไปทำความรู้จักมุมต่าง ๆ จากรูปต่อไปกันเลย

มุมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเส้นขนาน



SmartMathPro
"คิดเลขให้เป็นมากกว่าตัวเลข"

จากรูป เราเรียก $\overleftrightarrow{AB}$ ว่า เส้นตัด AB

มุมภายใน ได้แก่ $\hat{3}$, $\hat{4}$, $\hat{5}$, $\hat{6}$

มุมภายนอก ได้แก่ $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{7}$, $\hat{8}$

เรียก $\hat{3}$ และ $\hat{6}$ ว่าเป็น**มุมแย้งกัน** และในทำนองเดียวกันกับคู่มุม $\hat{4}$ และ $\hat{5}$

เรียก $\hat{3}$ และ $\hat{5}$ ว่า **มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด** และในทำนองเดียวกันกับคู่มุม $\hat{4}$ และ $\hat{6}$

เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{5}$ ว่า **มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด**

และในทำนองเดียวกันกับคู่มุมต่อไปนี้ $\hat{2}$ และ $\hat{6}$, $\hat{7}$ และ $\hat{3}$, $\hat{8}$ และ $\hat{4}$



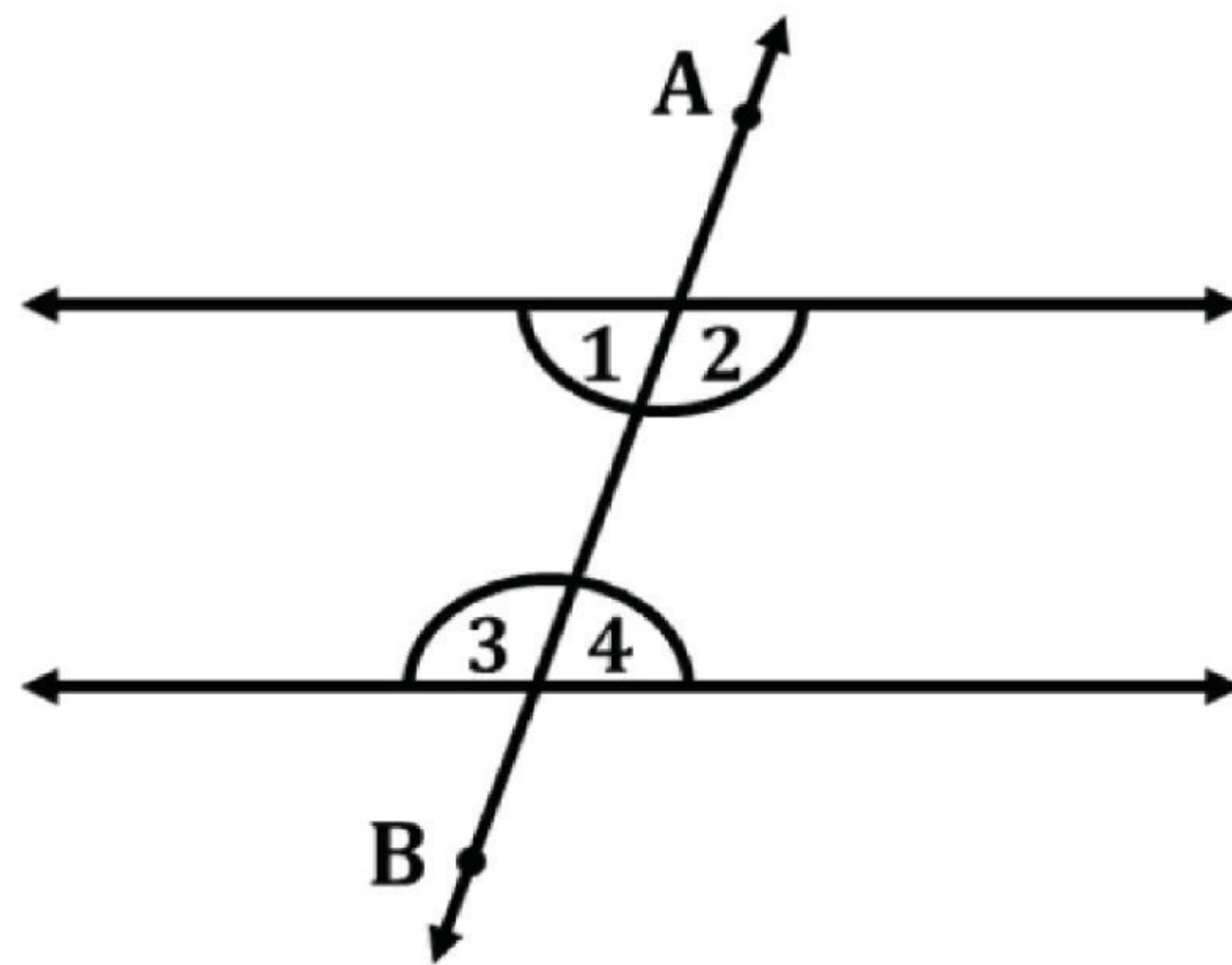
SmartMathPro
"คิดเลขให้เป็นมากกว่าตัวเลข"

สมบัติของเส้นขนาน

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

สมบัติของเส้นขนาน

พิจารณารูปต่อไปนี้



SmartMathPro
"คิดเองเป็นมากกว่าตัวต่อ"

จากรูป ถ้าคู่ $\hat{1}$ และ $\hat{3}$ หรือคู่ $\hat{2}$ และ $\hat{4}$ รวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
ในทางกลับกัน ถ้าเส้นตรงคู่นี้ขนานกัน แล้วคู่ $\hat{1}$ และ $\hat{3}$ หรือคู่ $\hat{2}$ และ $\hat{4}$ จะรวมกันเท่ากับ 180 องศาด้วย



เส้นขนานกับมุมแย้ง

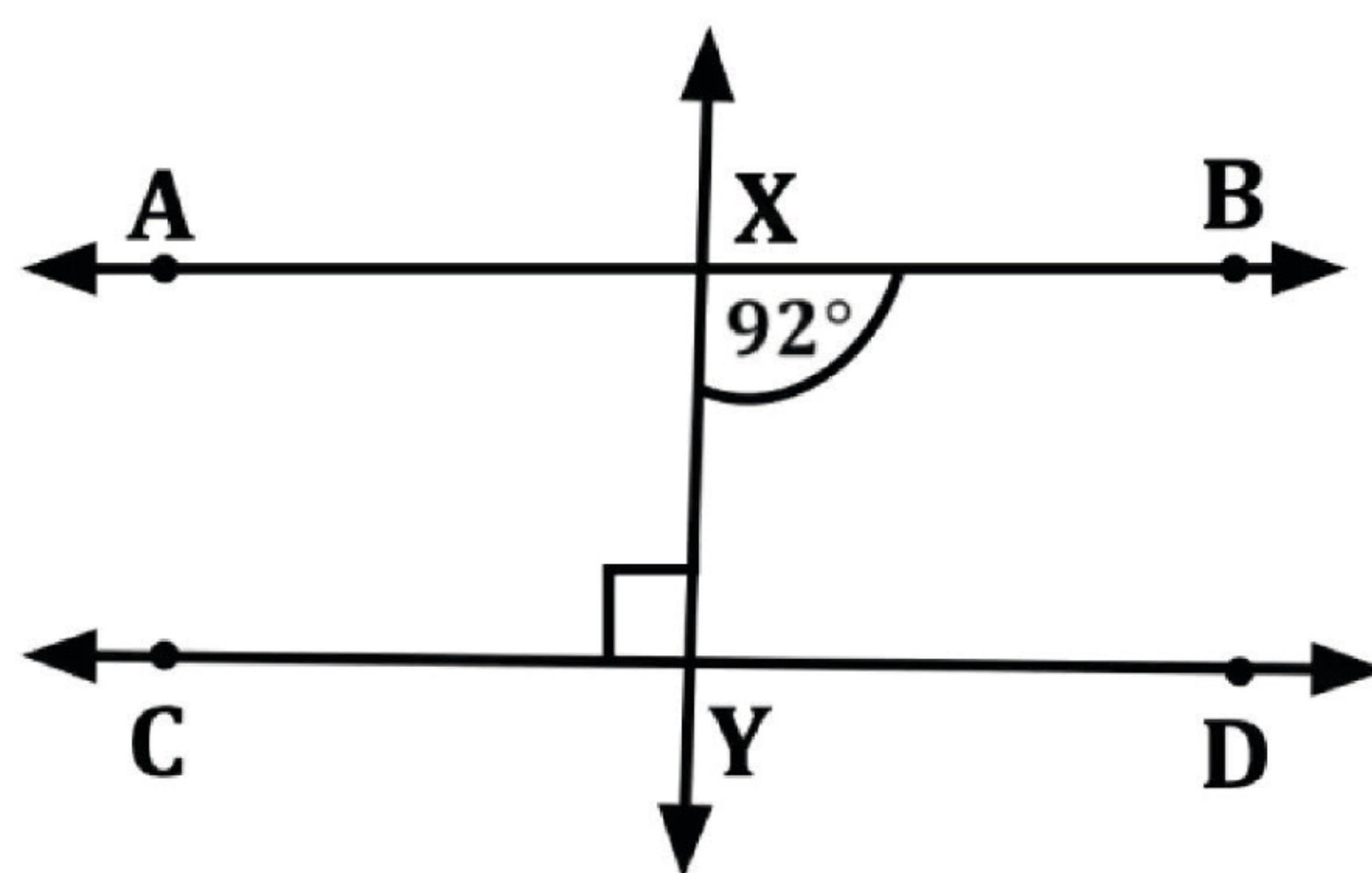
ทฤษฎีบท

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ กับ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่

ตัวอย่างโจทย์เรื่องเส้นขนานกับมุมแย้ง

จงพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ กับ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่



วิธีทำ จากรูป $\angle BXY = 92^\circ$ และ $\angle XYC = 90^\circ$

ซึ่ง $\angle BXY$ และ $\angle XYC$ เป็นมุมแย้งกัน แต่ขนาดของทั้งสองมุมไม่เท่ากัน

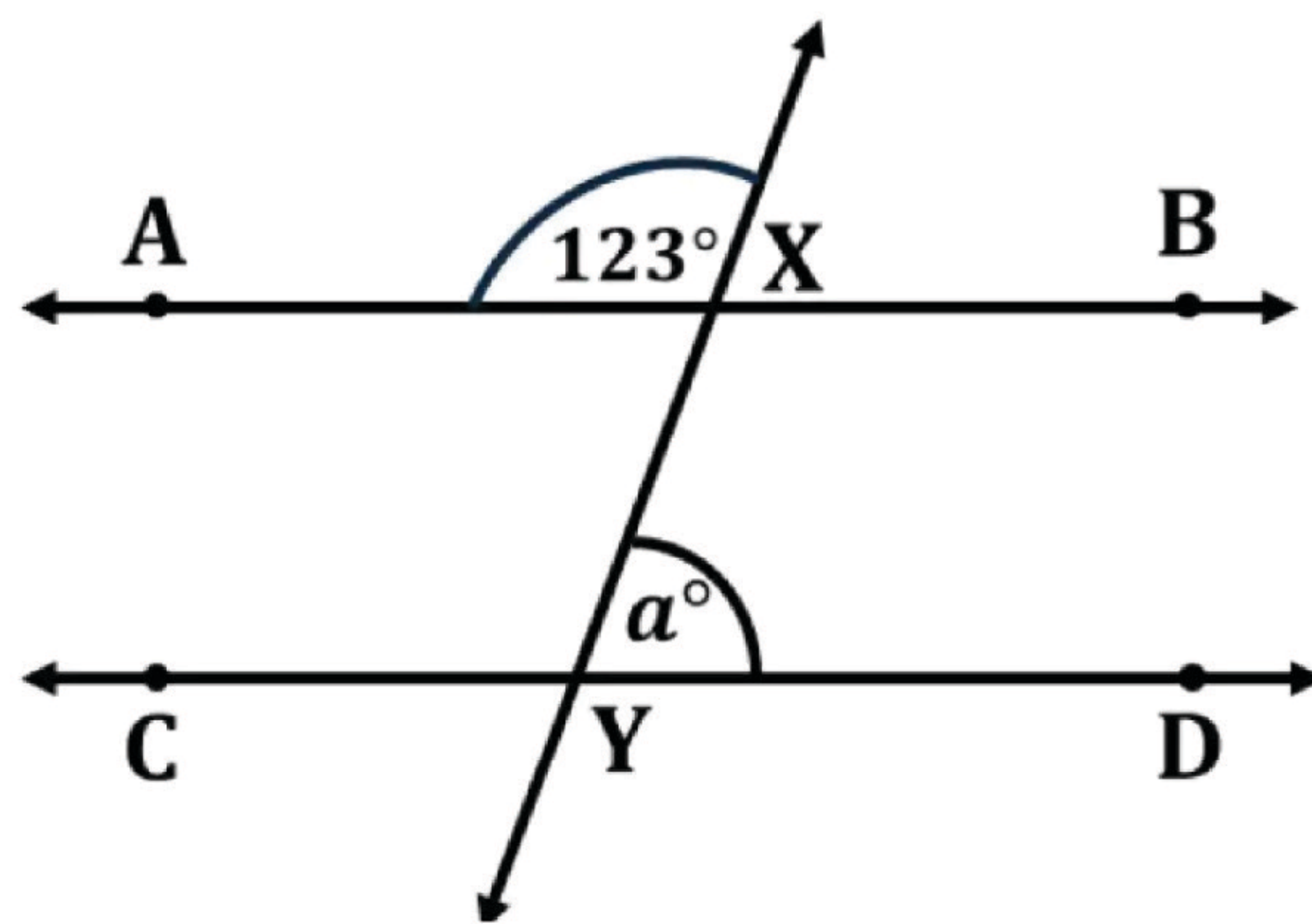
ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB}$ กับ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน



ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ a

ตัวอย่างโจทย์เรื่องเส้นขนานกับมุมแย้ง

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ a



วิธีทำ จาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

จะได้ $\angle AXY$ และ $\angle XYD$ เป็นมุมแย้งกัน แสดงว่ามีขนาดเท่ากัน

จาก $\overleftrightarrow{XY}$ จะได้ว่า $123^\circ + \angle AXY = 180^\circ$

นั่นคือ $\angle AXY = 57^\circ$

$$\angle AXY = \angle XYD = 57^\circ$$

ดังนั้น $a = 57$



เส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอก

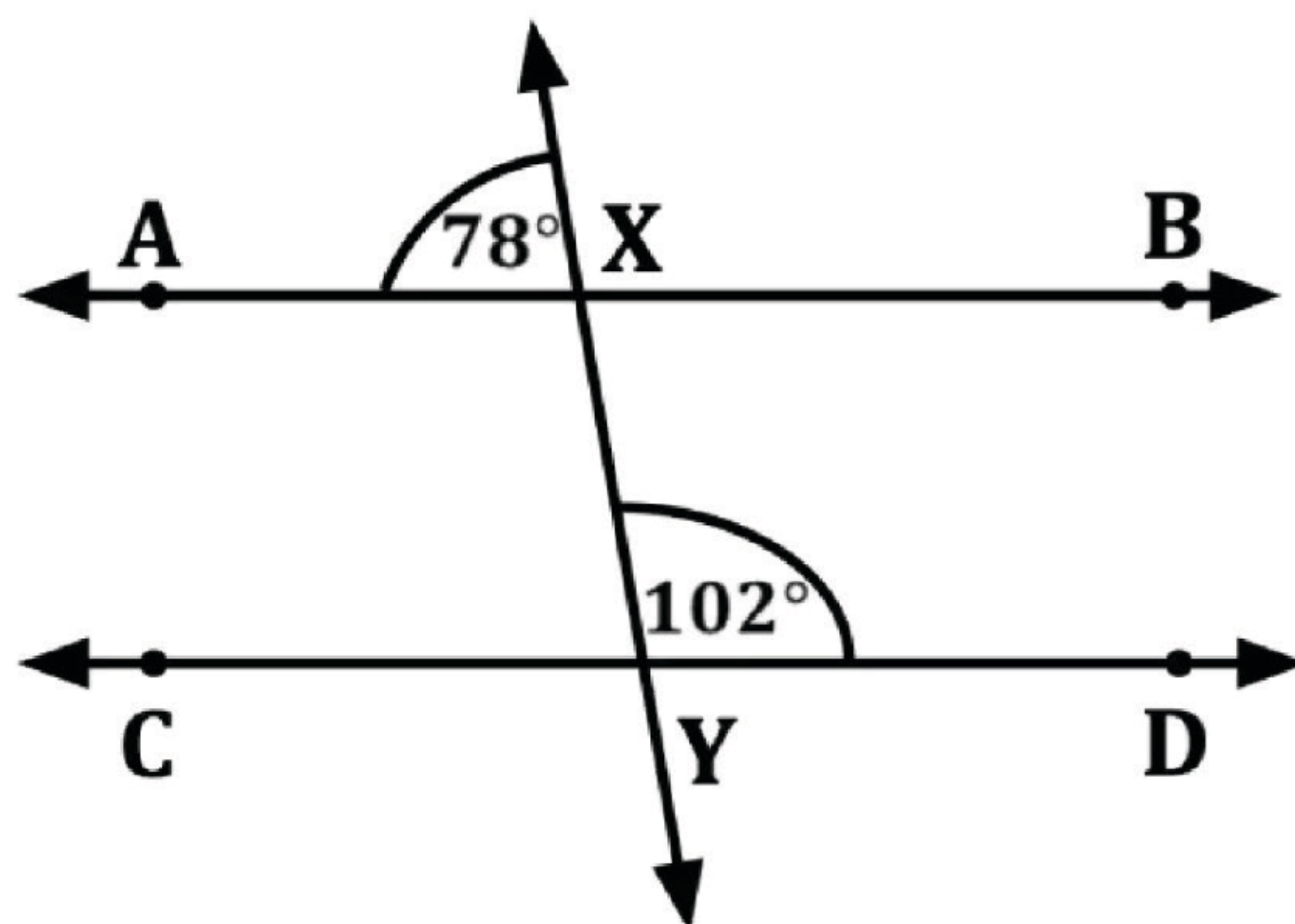
ทฤษฎีบท

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ กับ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่

ตัวอย่างโจทย์เรื่องเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอก

จงพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ กับ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่



วิธีทำ จาก $\overleftrightarrow{CD}$ จะได้ว่า $\angle C\hat{Y}X + 102^\circ = 180^\circ$

นั่นคือ $\angle C\hat{Y}X = 78^\circ$

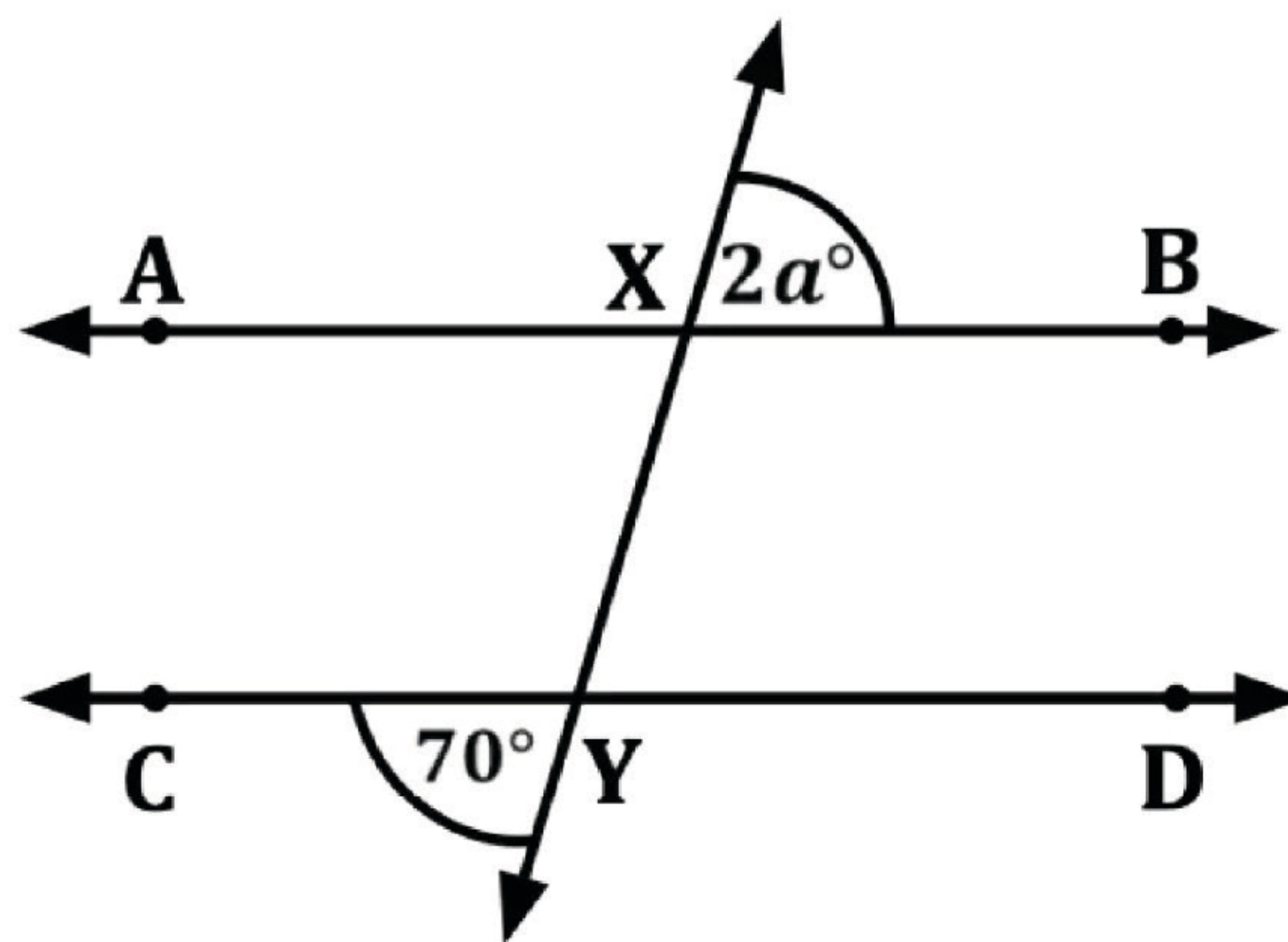
จะสังเกตได้ว่า มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน
ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB}$ กับ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน



ตัวอย่างที่ 4 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ a

ตัวอย่างโจทย์เรื่องเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอก

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ a



วิธีทำ จาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

จะได้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

นั่นคือ $\widehat{XYD} = 2a^\circ$

จากมุมตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน และ $\widehat{XYD}$ อยู่ตรงข้ามกับมุม 70°

นั่นคือ $\widehat{XYD} = 70^\circ$

จะได้ว่า $2a^\circ = 70^\circ$

ดังนั้น $a = 35$



เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม

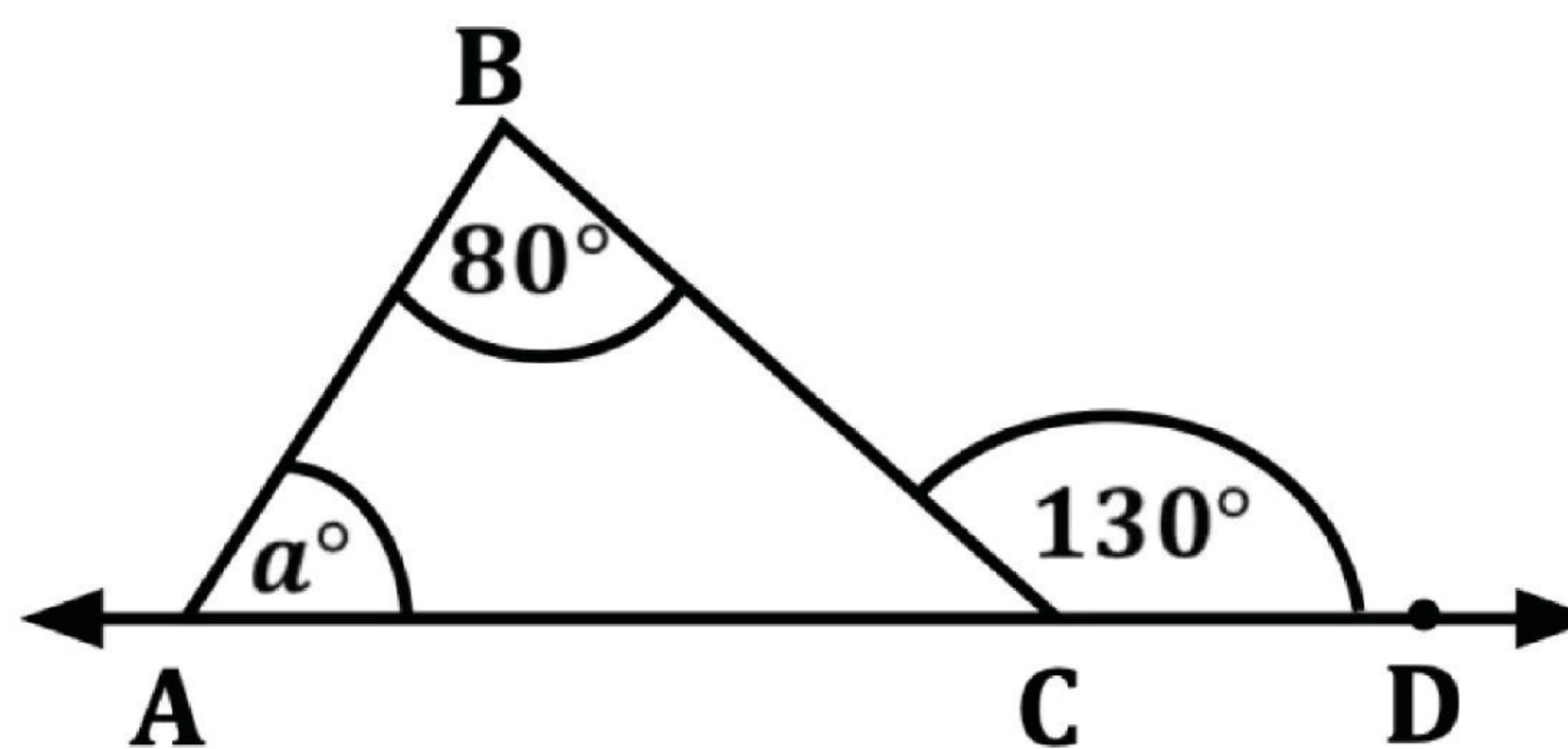
ทฤษฎีบท

ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น

ตัวอย่างที่ 5 จากรูป จงหาค่าของ a

ตัวอย่างโจทย์เรื่องเส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม

จากรูป จงหาค่าของ a



SmartMathPro
"คิดเลขที่ง่ายกว่าใครๆ"

วิธีทำ จากรูป จะเห็นว่ารูปสามเหลี่ยม ABC ถูกต่อ $\overrightarrow{CD}$ ออกไป

นั่นคือ $\widehat{BCD} = \widehat{BAC} + \widehat{CBA}$

จะได้ว่า $130^\circ = 80^\circ + a^\circ$

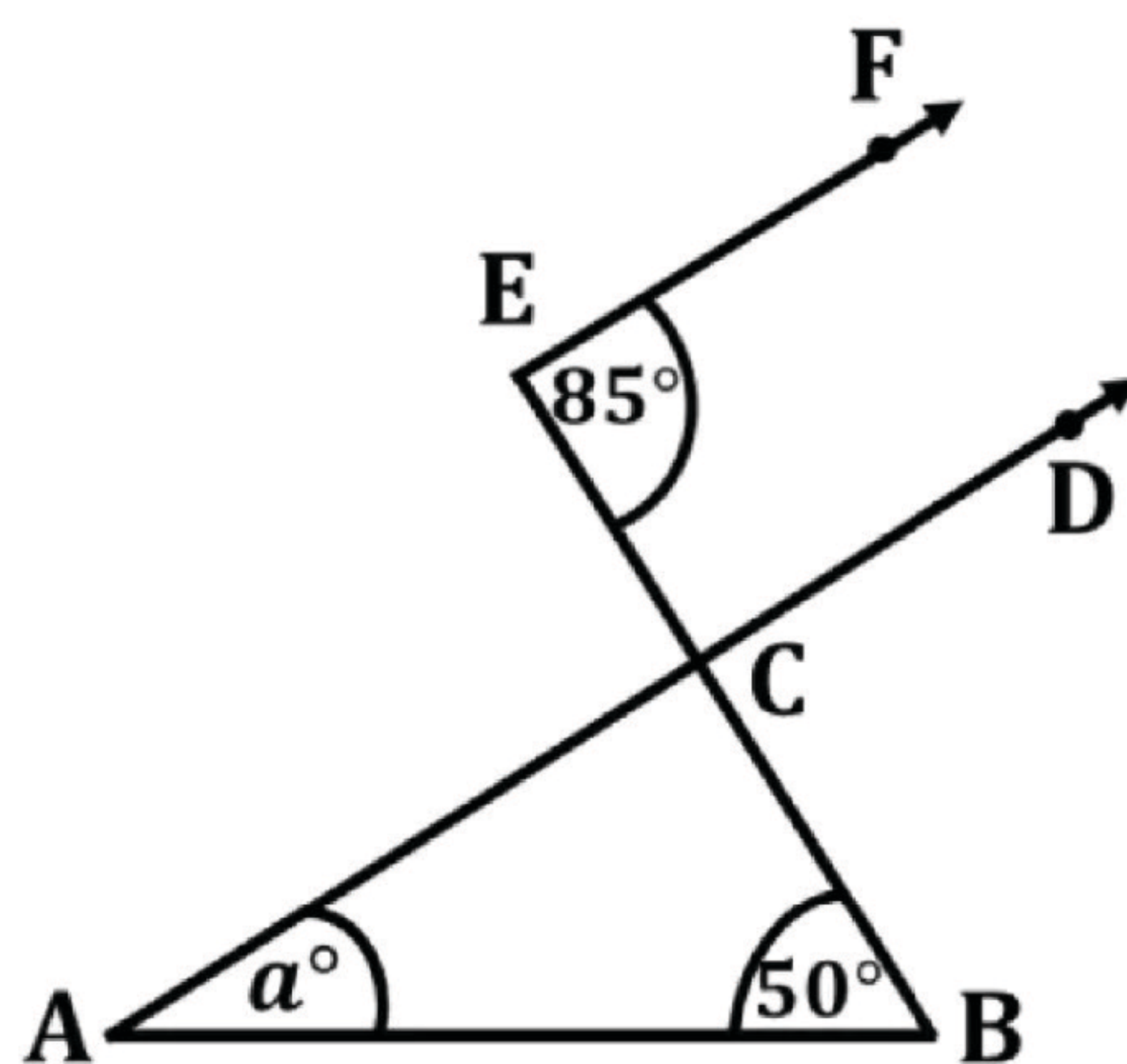
ดังนั้น $a = 50$



ตัวอย่างที่ 6 จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ a

ตัวอย่างโจทย์เรื่องเส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม

จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ a



วิธีทำ จาก $\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{CD}$

จะได้ว่า $\angle FEC = \angle ECA$ เพราะเป็นมุมแย้งกัน

จะเห็นว่ารูปสามเหลี่ยม ABC ถูกต่อ $\overrightarrow{CE}$ ออกไป

นั่นคือ $\angle ECA = \angle CAB + \angle ABC$

จะได้ว่า $85^\circ = a^\circ + 50^\circ$

ดังนั้น $a = 35$



“เวลาที่ดียิ่งที่สุดในการเริ่มต้น คือ ตอนนี่”

- พี่ป๊น SmartMathPro -

สนใจติวคณิตศาสตร์เพิ่มเติม <https://online.smartmathpro.com/>